

Lösung zum Modul 'Exponentialfunktionen und die Grenzen der Erde (Teil 2)'

November 1, 2021

Aufgabe 1

a) Angenommen, die Weltbevölkerung wächst um konstant 1 %. Wenn jeder Mensch zum Leben nur 10 Quadratmeter braucht, wann ist dann kein Platz mehr auf der Erde?

Hinweis 1: Die aktuelle Anzahl der Menschen auf der Erde beträgt etwa 7,89 Milliarden. Der Radius der Erde ist etwa 6371 Kilometer. Beachte, dass 71% der Erde mit Wasser bedeckt sind.

Hinweis 2: Beachte bei deiner Rechnung die unterschiedlichen Größenangaben. Wie viel Quadratmeter stecken in einem Quadratkilometer?

b) Warum entspricht diese Rechnung nicht der Realität? Was müsste man noch berücksichtigen?

c) Recherchiere:

1. Welche Modelle und Annahmen werden in Wirklichkeit benutzt, um die Anzahl der Menschen auf unserem Planeten zu berechnen?
2. Welche Prognosen gibt es für die Zukunft? Welche Konsequenzen haben sie?

Vergleiche deine Ergebnisse mit deinen Mitschülern.

Lösung a)

Wenn die Menschheit mit 1% wächst, lässt sich die Anzahl der Menschen $A(t)$ berechnen mit

$$A(t) = 7,89 \cdot 10^9 \cdot 1,01^t \quad (1)$$

(Eine Milliarde ist das gleiche wie 10^9 .)

Der von diesen Menschen verbrauchte Platz $P(t)$ ist:

$$P(t) = 10 \text{ m}^2 \cdot A(t) \quad (2)$$

Die Fläche F der Erde ist:

$$F = 4\pi R^2 = 4\pi(6371 \cdot 10^3 \text{ m})^2 \quad (3)$$

Davon bewohnbar sind 29 %, diese Fläche nennen wir F_b

$$F_b = F \cdot 0,29 \quad (4)$$

Wir suchen nun den Schnittpunkt der Funktion $P(t)$ mit F_b . Dazu setzen wir $P(t)$ und F_b gleich, und lösen nach t auf.

$$F_b = P(t) \quad (5)$$

$$4 \cdot \pi \cdot 6371^2 \cdot 10^6 \text{ m}^2 \cdot 0,29 = 10 \text{ m}^2 \cdot 7,89 \cdot 10^9 \cdot 1,01^t \quad (6)$$

$$1,01^t = \frac{4 \cdot \pi \cdot 6371^2 \cdot 10^6 \text{ m}^2 \cdot 0,29}{10 \text{ m}^2 \cdot 7,89 \cdot 10^9} \quad (7)$$

$$\ln(1,01^t) = t \cdot \ln(1,01) = \ln\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot 6371^2 \cdot 10^6 \text{ m}^2 \cdot 0,29}{10 \text{ m}^2 \cdot 7,89 \cdot 10^9}\right) \quad (8)$$

$$t = \ln\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot 6371^2 \cdot 10^6 \text{ m}^2 \cdot 0,29}{10 \text{ m}^2 \cdot 7,89 \cdot 10^9}\right) \cdot \frac{1}{\ln(1,01)} \quad (9)$$

$$t = 757,39 \text{ Jahre} \quad (10)$$

Also ist in weniger als 800 Jahren jeder mögliche Platz auf der Erde von Menschen belegt.

Lösung b)

Mögliche Antworten: 1) In F_b sind die unbewohnbaren Landstriche wie die Antarktis, die Sahara oder große Gebirge immer noch mitgezählt.

2) Die Menschen brauchen außerdem auch noch Platz um ihre Lebensmittel anzubauen, Energie zu gewinnen, Produkte herzustellen, Abfall abzuladen...

3) Der ökologische Fußabdruck eines Menschen, der die in 2) genannten Faktoren berücksichtigt und quasi zeigt, wie viel Platz ein Mensch durch seinen Lebensstil benötigt, ist viel größer als 10 Quadratmeter: In Deutschland beträgt er 5,3 globale Hektar (. Ein korrekteres Ergebnis liegt also wahrscheinlich deutlich unter 800 Jahren.

Lösung c)

Hilfreiche Links:

1. https://youtu.be/uvcl1eXH_GF8<https://weltbevoelkerung.info/weltbevoelkerungsuhr.aspx>
2. https://youtu.be/uvcl1eXH_GF8<https://ourworldindata.org/future-population-growth>